

**НАЦІОНАЛЬНА АКАДЕМІЯ НАУК УКРАЇНИ  
ІНСТИТУТ ТЕХНІЧНОЇ ТЕПЛОФІЗИКИ**

ЗАТВЕРДЖЕНО

Вченою радою

Інституту технічної теплофізики

НАН України

протокол № 10

від «07» липеня 2022 року

Голова вченої ради

Інституту технічної теплофізики

НАН України,

академік НАН України

  
Ю.Ф. Снежкін



**МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ ПРОЦЕСІВ  
ПЕРЕНОСУ В ТЕПЛОЕНЕРГЕТИЧНОМУ  
ОБЛАДНАННІ**

**РОБОЧА ПРОГРАМА**

**кредитного модуля**

**Третій освітньо-науковий рівень вищої освіти**

**Спеціальність 144 «Теплоенергетика»**

**Освітньо-наукова програма «Електрична інженерія»**

**Денна форма навчання**

## Робоча програма кредитного модуля «Математичне моделювання процесів переносу в теплоенергетичному обладнанні»

складена відповідно до програми навчальної дисципліни «Математичне моделювання процесів переносу в теплоенергетичному обладнанні»

РОЗРОБНИК РОБОЧОЇ ПРОГРАМИ:

доктор технічних наук, старший науковий співробітник

Давиденко Борис Вікторович



### 1. Опис кредитного модуля

Рівень вищої освіти, спеціальність, освітня програма, форма навчання	Загальні показники	Характеристика кредитного модуля
Рівень вищої освіти: третій (освітньо-науковий))	Навчальна дисципліна: «Математичне моделювання процесів переносу в теплоенергетичному обладнанні»	Лекції: 16 год.
Спеціальність: 144«Теплоенергетика» »		Практичні: 14 год.
	Цикл: професійної підготовки	Лабораторні заняття: 0 год.
Освітньо-наукова програма «Електрична інженерія»	Статус кредитного модуля: Вибірковий	Самостійна робота: 0 год., у тому числі на виконання індивідуального завдання: 0 год.
	Семестр: 1	Індивідуальне завдання: –
Форма навчання: денна	Кількість кредитів (годин): 3,0 (90)	Вид та форма семестрового контролю: Залік письмовий диференційований

Курс «Математичне моделювання процесів переносу в теплоенергетичному обладнанні» є одним з розділів професійної підготовки фізико-енергетичного циклу. Курс ставить на меті познайомити аспірантів з основними методами чисельного дослідження процесів тепломасоперенесення та гідродинаміки, що протікають в

теплоенергетичному обладнанні. Прослухавши курс, аспіранти повинні навчитися складати скінчено-різницеві рівняння, що моделюють процеси перенесення теплоти в твердих тілах та в потоках теплоносія, будувати розрахункові алгоритми для розв'язання систем скінчено-різницевих рівнянь, аналізувати результати розрахункових досліджень.

Вивчення курсу «**Математичне моделювання процесів переносу в теплоенергетичному обладнанні**» базується на таких курсах: «Механіки рідини та газу», «Теплопередача», «Чисельні методи».

Курс «**Математичне моделювання процесів переносу в теплоенергетичному обладнанні**» є елементом підготовки спеціалізованих дисциплін фізико-енергетичного циклу, що забезпечує індивідуальну наукову роботу аспірантів.

## **2. Мета та завдання кредитного модуля**

**2.1.** Основною метою навчальної дисципліни «Математичне моделювання процесів переносу в теплоенергетичному обладнанні» є ознайомлення аспірантів третього року навчання з загальними основами чисельного аналізу, методами чисельних досліджень процесів перенесення теплоти, методами розрахунку полів температури в елементах енергетичного обладнання. Прослухавши курс аспіранти повинні вміти самостійно складати скінчено-різницеві рівняння, що моделюють процеси перенесення теплоти в твердих тілах та в потоках теплоносія, будувати розрахункові алгоритми для розв'язання систем скінчено-різницевих рівнянь, аналізувати результати розрахункових досліджень, Аспіранти також повинні навчитися формулювати задачі та проводити чисельні дослідження процесів переносу в теплоенергетичному обладнанні.

Відповідність формування у аспірантів компетентностей:

**ЗДАТНІСТЬ:**

- самостійно формулювати, аналізувати і вирішувати задачі переносу теплоти і маси в теплоенергетичному обладнанні;
  - самостійно складати скінчено-різницеві рівняння, що моделюють процеси перенесення теплоти в твердих тілах та в потоках теплоносія,
  - будувати розрахункові алгоритми для розв'язання систем скінчено-різницевих рівнянь
  - обробляти та аналізувати результати розрахункових досліджень.
- 
- Відповідність формування у аспірантів компетентностей
  - ЗК 1 Здатність застосовувати знання у практичних ситуаціях;
  - ЗК 2 Знання та розуміння предметної області та розуміння професійної діяльності;
  - ФК 1 Здатність брати участь у плануванні та виконанні наукових та науково-технічних проектів;
  - ФК 2 Здатність брати участь у плануванні і виконанні

експериментів та лабораторних досліджень властивостей фізичних систем, фізичних явищ і процесів, обробленні й презентації одержаних результатів;

- ФК 5 Здатність до постійного розвитку компетентностей у сфері прикладної фізики, інженерії та комп'ютерних технологій.

## 2.2. Основні завдання кредитного модуля.

Згідно з вимогами програми навчальної дисципліни аспіранти після засвоєння кредитного модуля мають продемонструвати такі результати навчання:

### знання:

- теоретичних основ чисельних методів дослідження гідродинаміки та процесів перенесення теплоти в теплоенергетичному обладнанні;
- методів чисельного моделювання динаміки рідини та процесів тепломасообміну в теплоенергетичному обладнанні.

### уміння:

- самостійно формулювати, аналізувати і вирішувати складні задачі перенесення теплоти в елементах енергетичного устаткування.
- ПРН 9 Вміння застосовувати фізичні, математичні та комп'ютерні моделі для дослідження фізичних явищ, розробки приладів, нових матеріалів, речовин і наукоємних технологій.
- ПРН 11 Вміння знаходити науково-технічну інформацію з різних джерел з використанням сучасних інформаційних технологій;
- ПРН 12 Вміння класифікувати, аналізувати та інтерпретувати науково-технічну інформацію в галузі прикладної фізики;
- ПРН 13 Вміння організовувати результативну професійну діяльність індивідуально і як член команди.

## 3. Структура кредитного модуля

Назви розділів і тем	Кількість годин				
	Всього	у тому числі			
		Лекції	Практичні (семінарські)	Лабораторні	СРА
1	2	3	4	5	6
<b>Розділ 1. Чисельні методи математичного аналізу</b>					
Тема 1.1. Методи чисельного диференціювання та інтегрування функцій	2	2			
Тема 1.2. Чисельні методи розв'язання звичайних диференціальних рівнянь	2	2			
Разом за розділом 1	4	4			
<b>Розділ 2. Методи чисельного розв'язання рівняння теплопровідності.</b>					

Тема 2.1. Скінчено - різницеві схеми апроксимації рівняння теплопровідності	2	2			
Тема 2.2. Чисельне розв'язання рівняння теплопровідності за явною схемою апроксимації	2	2			
Тема 2.3. Неявні методи чисельного розв'язання рівняння теплопровідності	4	2			
Разом за розділом 2	8	6			
<b>Розділ 3. Чисельне розв'язання задач гідродинаміки і конвекційного теплообміну</b>					
Тема 3.1. Різницеві методи розв'язання рівняння енергії для теплоносія	2	2			
Тема 3.2. Методи розв'язання системи рівнянь Нав'є-Стокса	2	2			
Разом по розділу 3		4			
Диференційований залік.					
<b>Всього годин</b>	16	14			60

#### 4. Лекційні заняття

№ з/п	Назва теми лекції та перелік основних питань (перелік дидактичних засобів, завдання на СРС з посиланням на літературу)	
<b>1</b>	<b>Вступ. Особливості чисельного дослідження процесів теплоперенесення і динаміки рідини в теплоенергетичному обладнанні.</b> Основні поняття методів чисельного аналізу. Загальні характеристики чисельних методів.	
	Література:	1. Патанкар С. Численные методы решения задач теплообмена и динамики жидкости. – М. : Энергоатомиздат, 1984. с. 8-12.
	Завдання на СРА:	Теоретичні та експериментальні методи досліджень процесів теплообміну. Переваги та недоліки методів чисельного аналізу
<b>2</b>	<b>Чисельні методи розв'язання нелінійних та трансцендентних рівнянь</b> Означення наближеного розв'язання нелінійного або трансцендентного рівняння. Метод дотичних та метод хорд.	
	Література:	1. Данилина Н.И., Дубровская Н.С., Кваша О.П., Смирнов Г.Л., Феклисов Г.И. Численные методы. М. Высшая школа. 1976 г., стор. 123-135. 2. Калиткин Н.Н. Численные методы. М.: Наука. 1978., с. 143-146.
	Завдання на СРА:	Оцінка точності наближеного чисельного розв'язання нелінійного або трансцендентного рівняння.
<b>3</b>	<b>Чисельне розв'язання систем лінійних алгебраїчних рівнянь</b> Аналіз матриці коефіцієнтів системи лінійних алгебраїчних рівнянь. Метод	

	простої ітерації для розв'язання систем лінійних алгебраїчних рівнянь. Метод Зейделя.
Література:	Бахвалов Н.С. Численные методы (анализ, алгебра, обыкновенные дифференциальные уравнения) т.1. М.: «Наука», 1973., с. 335-369
Завдання на СРА:	Умови збіжності методів простої ітерації та методу Зейделя. Оцінка точності розв'язання системи лінійних алгебраїчних рівнянь.
<b>4</b>	<b>Чисельне розв'язання звичайних диференціальних рівнянь першого порядку.</b> Метод скінчених різниць для наближеного визначення похідної. Означення розв'язання диференціальних рівнянь. Метод Ейлера та метод Рунге-Кутта для чисельного розв'язання звичайних диференціальних рівнянь. Оцінка точності розв'язання диференціальних рівнянь першого порядку методами Ейлера та Рунге-Кутта.
Література:	1. Демидович Б.П., Марон И.А., Шувалова Э.З. Численные методы анализа. Приближение функций, дифференциальные и интегральные уравнения. М.: Физматгиз. 1963., с. 146-167]. 2. Калиткин Н.Н. Численные методы. М.: Наука. 1978. с. 246-249.
Завдання на СРА:	Явні та неявні схеми для чисельного розв'язання звичайних диференціальних рівнянь
<b>5</b>	<b>Чисельне розв'язання систем звичайних диференціальних рівнянь першого порядку та рівнянь вищого порядку.</b> Застосування методів Ейлера та Рунге-Кутта для розв'язання систем диференціальних рівнянь першого порядку. Зведення диференціальних рівнянь вищого порядку до системи рівнянь першого порядку. Задачі Коші та крайові задачі.
Література:	1. Калиткин Н.Н. Численные методы. М.: Наука. 1978. с. 146-249, 281] 2. Бахвалов Н.С. Численные методы (анализ, алгебра, обыкновенные дифференциальные уравнения) т.1. М.: «Наука», 1973. с. 450-459, 548-557.
Завдання на СРА:	Метод стрільби для розв'язання крайової задачі методом Рунге-Кутта. Застосування методу стрільби для розв'язання рівняння Блазіуса.
<b>6</b>	<b>Метод сіток для розв'язання диференціального рівняння теплопровідності.</b> Сіткова модель розрахункової області. Скінчено-різницева апроксимація частинних похідних за часом та за координатами. Похибки апроксимації. Збіжність і стійкість різницевих схем. Скінчено-різницева форма нестационарного рівняння теплопровідності. Явна та неявна схеми апроксимації похідних за координатами. Апроксимація граничних умов.
Література:	1. Данилина Н.И., Дубровская Н.С., Кваша О.П., Смирнов Г.Л., Феклисов Г.И. Численные методы. М. Высшая школа. 1976 г. с. 341-348 2. Калиткин Н.Н. Численные методы. М.: Наука. 1978. стр. 299-333

	<p>3. Пасконов В. М., Полежаев В. И., Чудов Л. А. Численное моделирование процессов тепло- и массообмена – М. : Наука, 1984. с. 30-48, 85-89</p> <p>4. Патанкар С. Численные методы решения задач теплообмена и динамики жидкости. – М. : Энергоатомиздат, 1984. с. 47-51</p> <p>5. Крайнов А.Ю., Рыжих Ю.Н., Тимохин А.М. Численные методы в задачах теплопереноса. Томск: Том. ун-т. 2009. с. 60-92</p>
Завдання на СРС:	Схема Кранка-Нікольсона. Розв'язання різницевого рівняння, складеного за явною часовою схемою. Умови стійкості явної різницевої схеми.
7	<p><b>Методи розв'язання скінчено-різницевого рівняння теплопровідності, що складене за неявною схемою</b></p> <p>Метод прогонки для розв'язання системи алгебраїчних рівнянь з тридіагональною матрицею. Чисельне розв'язання одновимірного рівняння теплопровідності методом прогонки.</p>
Література:	<p>1. Демидович Б.П., Марон И.А., Шувалова Э.З. Численные методы анализа. Приближение функций, дифференциальные и интегральные уравнения. М.: Физматгиз. 1963. с. 244-245, 314-319.</p> <p>2. Калиткин Н.Н. Численные методы. М.: Наука. 1978. с. 132-135, 368-399.</p> <p>3. Пасконов В. М. , Полежаев В. И., Чудов Л. А. Численное моделирование процессов тепло- и массообмена – М. : Наука, 1984. с. 85-89.</p> <p>4. Патанкар С. Численные методы решения задач теплообмена и динамики жидкости. – М. : Энергоатомиздат, 1984. с. 46-47, 56-57.</p>
Завдання на СРА:	Метод змінних напрямків для скінчено-різницевого розв'язання двовимірного рівняння теплопровідності.
8	<p><b>Скінчено-різницева апроксимація рівняння збереження енергії для потоку рідкого середовища</b></p> <p>Апроксимація перших похідних від температури по координатах. Схема апроксимації «проти потоку». Апроксимація других похідних від температури по координатах. Порядок точності апроксимації.</p>
Література:	<p>1. Пасконов В. М. , Полежаев В. И., Чудов Л. А. Численное моделирование процессов тепло- и массообмена – М. : Наука, 1984. с. 85-89</p> <p>2. Патанкар С. Численные методы решения задач теплообмена и динамики жидкости. – М. : Энергоатомиздат, 1984. с. 67-93</p>
Завдання на СРА:	Методи розв'язання системи скінчено-різницевих рівнянь збереження енергії для випадків двовимірної та тривимірної течії.
9	<p><b>Чисельне розв'язання системи рівнянь динаміки в'язкої рідини у змінних «функція току - вихор».</b></p> <p>Складання системи рівнянь динаміки в'язкої рідини у змінних «функція току - вихор». Скінчено-різницева апроксимація рівняння переносу вихру та диференціального рівняння для функції току. Метод розв'язання системи</p>

	різницевих рівнянь. Апроксимація граничних умов для рівняння переносу вихору на твердій поверхні. Метод розв'язання системи різницевих рівнянь.
Література:	1. Пасконов В. М., Полежаев В. И., Чудов Л. А. Численное моделирование процессов тепло- и массообмена – М. : Наука, 1984. с. 181-194 2. Андерсон Д. Вычислительная гидромеханика и теплообмен / Д. Андерсон, Таннехилл Дж., Плетчер Р.. – М. : "Мир", 1990. Т.2. с. 612-620
Завдання на СРА:	Апроксимація граничних умов для рівняння переносу вихору на твердій поверхні.
10	<b>Чисельне розв'язання системи рівнянь динаміки в'язкої рідини у змінних «складові швидкості - тиск».</b> Скінчено-різницева апроксимація рівняння нерозривності та рівнянь переносу імпульсу. Рознесена різницева сітка. Порядок застосування алгоритмів SIMPLE та SIMPLER
Література:	1. Патанкар С. Численные методы решения задач теплообмена и динамики жидкости. – М. : Энергоатомиздат, 1984. с. 93-112 2. Андерсон Д. Вычислительная гидромеханика и теплообмен / Д. Андерсон, Таннехилл Дж., Плетчер Р.. – М. : "Мир", 1990. Т.2. с. 620-628
Завдання на СРА:	Апроксимація перших похідних в рівняннях перенесення імпульсу за схемою "проти потоку". Визначення порядку точності апроксимації.
11	<b>Чисельні методи інтерполяції та апроксимації функцій.</b> Метод найменших квадратів для апроксимації функціональних залежностей у вигляді поліномів. Інтерполяція функцій за допомогою кубічного сплайну.
Література:	1. Данилина Н.И., Дубровская Н.С., Кваша О.П., Смирнов Г.Л., Феклисов Г.И. Численные методы. М. Высшая школа. 1976 г., с. 244-257 2. Демидович Б.П., Марон И.А., Шувалова Э.З. Численные методы анализа. Приближение функций, дифференциальные и интегральные уравнения. М.: Физматгиз. 1963. с. 18-21, 96-102 3. Калиткин Н.Н. Численные методы. М.: Наука. 1978. с.44-46, 59-62
Завдання на СРА:	Інтерполяція функцій за допомогою кубічного сплайну.

## 5. Практичні заняття

Основні завдання циклу практичних занять: навчити аспірантів застосовувати отримані знання. Практичні заняття входять до плану ( 16 год.) і проводяться за наступними темами:



№ з/п	Назва теми заняття
1.	Чисельні методи математичного аналізу
2.	Методи чисельного розв'язання рівняння теплопровідності
3	Чисельне розв'язання задач гідродинаміки і конвекційного теплообміну

## 6. Лабораторні заняття

Не плануються

## 7. Самостійна робота

Самостійна робота аспіранта планується на кожній лекції.

## 8. Індивідуальні завдання

Індивідуальні завдання не передбачені.

## 9. Контрольні роботи

Контрольні роботи не передбачені

## 11. Рейтингова система оцінювання результатів навчання

Оцінка ECTS, яку аспірант отримає після вивчення кредитного модуля з дисципліни «Математичне моделювання процесів переносу в теплоенергетичному обладнанні», визначається відповідно до рейтингу аспіранта, який складається на основі результатів навчання протягом семестру, та балів, отриманих під час складання заліку. Опис РСО надається у вигляді додатка до робочої програми.

## 12. Методичні рекомендації

*Методика вивчення дисципліни «Математичне моделювання процесів переносу в теплоенергетичному обладнанні» для даного напрямку підготовки визначена наведеним вище розподілом навчального часу за видами занять, логічною послідовністю викладання лекційного матеріалу. Усі види занять повністю забезпечені навчально-методичною літературою, в тому числі в електронному вигляді.*

## **12. Рекомендована література**

### **12.1. Базова**

1. Данилина Н.И., Дубровская Н.С., Кваша О.П., Смирнов Г.Л., Феклисов Г.И. Численные методы. М. Высшая школа. 1976 г. 368. С.
2. Демидович Б.П., Марон И.А., Шувалова Э.З. Численные методы анализа. Приближение функций, дифференциальные и интегральные уравнения. М.: Физматгиз. 1963. 400 с.
3. Калиткин Н.Н. Численные методы. М.: Наука. 1978. 512 с.
4. Пасконов В. М., Полежаев В. И., Чудов Л. А. Численное моделирование процессов тепло- и массообмена – М. : Наука, 1984. 288 с.
5. Патанкар С. Численные методы решения задач теплообмена и динамики жидкости. – М. : Энергоатомиздат, 1984. 152 с.
6. Андерсон Д., Таннехилл Дж., Плетчер Р. Вычислительная гидромеханика и теплообмен.– М. : "Мир", 1990. Т.2. 392 с.

### **12.2. Допоміжна**

1. Крайнов А.Ю., Рыжих Ю.Н., Тимохин А.М. Численные методы в задачах теплопереноса. Томск: Том. ун-т. 2009. 114 с.
2. Бахвалов Н.С. Численные методы (анализ, алгебра, обыкновенные дифференциальные уравнения) т.1. М.: «Наука», 1973. 632 с.
3. Марчук Г.И. Методы вычислительной математики– М. : Наука, 1977. 456 с.