



## МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ ПРОЦЕСІВ ПЕРЕНОСУ В ТЕПЛОЕНЕРГЕТИЧНОМУ ОБЛАДНАННІ

### Робоча програма навчальної дисципліни (Силабус)

#### Реквізити навчальної дисципліни

Рівень вищої освіти

*Третій (освітньо-науковий)*

Галузь знань	14 Електрична інженерія <sup>1</sup>
Спеціальність	144 Теплоенергетика
Освітня програма	Назва
Статус дисципліни	Вибіркова
Форма навчання	очна(денна)/дистанційна/змішана
Рік підготовки, семестр	3 курс, осінній
Обсяг дисципліни	
Семестровий контроль/ контрольні заходи	залік
Розклад занять	
Мова викладання	Українська
Інформація про керівника курсу / викладачів	Лектор: <i>д.т.н., ст. наук.співр, Давиденко Борис Вікторович,</i> <i>bdavydenko@ukr.net</i> Семінарські: <i>д.т.н., ст. наук.співр, Давиденко Борис Вікторович,</i> <i>bdavydenko@ukr.net</i>
Розміщення курсу	Посилання на дистанційний ресурс (Moodle, Google classroom, тощо)

#### Програма навчальної дисципліни

##### 1. Опис навчальної дисципліни, її мета, предмет вивчення та результати навчання

Основною метою навчальної дисципліни «Математичне моделювання процесів переносу в теплоенергетичному обладнанні» є ознайомлення аспірантів третього року навчання з загальними основами чисельного аналізу, методами чисельних досліджень процесів перенесення теплоти, методами розрахунку полів температури в елементах енергетичного обладнання. Прослухавши курс аспіранти повинні вміти самостійно складати скінчено-різницеві рівняння, що моделюють процеси перенесення теплоти в твердих тілах та в потоках теплоносія, будувати розрахункові алгоритми для розв'язання систем скінчено-різницевих рівнянь, аналізувати результати розрахункових досліджень, Аспіранти також повинні навчитися формулювати задачі та проводити чисельні дослідження процесів переносу в теплоенергетичному обладнанні.

Відповідність формування у аспірантів компетентностей:  
**ЗДАТНІСТЬ:**

<sup>1</sup> В полях Галузь знань/Спеціальність/Освітня програма:

Для дисциплін професійно-практичної підготовки зазначається інформація відповідно до навчального плану. Для соціально-гуманітарних дисциплін вказується перелік галузей, спеціальностей, або «для всіх».

<sup>2</sup> Електронна пошта викладача або інші контакти для зворотного зв'язку, можливо зазначити прийомні години або години для комунікації у разі зазначення контактних телефонів. Для силабусу дисципліни, яку викладає багато викладачів (наприклад, історія, філософія тощо) можна зазначити сторінку сайту де представлено контактну інформацію викладачів для відповідних груп, факультетів, інститутів.

- самостійно формулювати, аналізувати і вирішувати задачі переносу теплоти і маси в теплоенергетичному обладнанні;
- самостійно складати скінчено-різницеві рівняння, що моделюють процеси перенесення теплоти в твердих тілах та в потоках теплоносія,
- будувати розрахункові алгоритми для розв'язання систем скінчено-різницевих рівнянь
- обробляти та аналізувати результати розрахункових досліджень.
- ЗК 1 Здатність застосовувати знання у практичних ситуаціях;
- ЗК 2 Знання та розуміння предметної області та розуміння професійної діяльності;
- ФК 1 Здатність брати участь у плануванні та виконанні наукових та науково-технічних проектів;
- ФК 2 Здатність брати участь у плануванні і виконанні експериментів та лабораторних досліджень властивостей фізичних систем, фізичних явищ і процесів, обробленні й презентації одержаних результатів;
- ФК 5 Здатність до постійного розвитку компетентностей у сфері прикладної фізики, інженерії та комп'ютерних технологій.

Після засвоєння навчальної дисципліни аспіранти мають продемонструвати такі результати навчання:

#### **ЗНАННЯ:**

- теоретичних основ чисельних методів дослідження гідродинаміки та процесів перенесення теплоти в теплоенергетичному обладнанні;
- методів чисельного моделювання динаміки рідини та процесів тепломасообміну в теплоенергетичному обладнанні.

#### **УМІННЯ:**

- самостійно формулювати, аналізувати і вирішувати складні задачі перенесення теплоти в елементах енергетичного устаткування.
- ПРН 9 Вміння застосовувати фізичні, математичні та комп'ютерні моделі для дослідження фізичних явищ, розробки приладів, нових матеріалів, речовин і наукоємних технологій.
- ПРН 11 Вміння знаходити науково-технічну інформацію з різних джерел з використанням сучасних інформаційних технологій;
- ПРН 12 Вміння класифікувати, аналізувати та інтерпретувати науково-технічну інформацію в галузі прикладної фізики;
- ПРН 13 Вміння організовувати результативну професійну діяльність індивідуально і як член команди.

### **2. Пререквізити та постреквізити дисципліни (місце в структурно-логічній схемі навчання за відповідною освітньою програмою)**

Вивчення курсу «Математичне моделювання процесів переносу в теплоенергетичному обладнанні» базується на таких курсах:

«Механіки рідини та газу», «Теплопередача», «Чисельні методи».

Отримані практичні навички та засвоєні теоретичні знання під час вивчення навчальної дисципліни «Математичне моделювання процесів переносу в теплоенергетичному обладнанні» можна в подальшому використовувати під час навчання спеціалізованих дисциплін фізико-енергетичного циклу, що забезпечує індивідуальну наукову роботу аспірантів .

### **3. Зміст навчальної дисципліни**

#### **Розділ 1. Чисельні методи математичного аналізу**

##### **Тема 1.1. Методи чисельного диференціювання та інтегрування функцій**

Метод скінчених різниць для наближеного визначення похідної. Наближені методи інтегрування функцій.

##### **Тема 1.2. Чисельні методи розв'язання звичайних диференціальних рівнянь**

Метод Ейлера та метод Рунге-Кутта для чисельного розв'язання звичайних диференціальних рівнянь. Оцінка точності розв'язання диференціальних рівнянь першого порядку методами Ейлера та Рунге-Кутта.

## **Розділ 2. Методи чисельного розв'язання рівняння теплопровідності.**

### **Тема 2.1. Скінчено - різницеві схеми апроксимації рівняння теплопровідності**

Сіткова модель розрахункової області. Скінчено-різницева апроксимація частинних похідних за часом та за координатами. Похибки апроксимації. Збіжність і стійкість різницевих схем.

### **Тема 2.2. Чисельне розв'язання рівняння теплопровідності за явною схемою апроксимації**

Означення явної схеми апроксимації похідних за координатами. Збіжність і стійкість різницевих схем, що складені за явною схемою. Апроксимація граничних умов.

### **Тема 2.3. Неявні методи чисельного розв'язання рівняння теплопровідності**

Неявні схеми апроксимації похідних за координатами. Метод прогонки для розв'язання системи алгебраїчних рівнянь з тридіагональною матрицею. Чисельне розв'язання одновимірного рівняння теплопровідності методом прогонки.

## **Розділ 3. Чисельне розв'язання задач гідродинаміки і конвекційного теплообміну**

### **Тема 3.1. Різницеві методи розв'язання рівняння енергії для теплоносія**

Апроксимація перших похідних від температури по координатах. Схема апроксимації «проти потоку». Апроксимація других похідних від температури по координатах. Порядок точності апроксимації.

### **Тема 3.2. Методи розв'язання системи рівнянь Нав'є-Стокса**

Скінчено-різницева апроксимація рівняння нерозривності та рівнянь переносу імпульсу. Рознесена різницева сітка. Порядок застосування алгоритмів SIMPLE та SIMPLER

## **4. Навчальні матеріали та ресурси**

### **Базова**

1. Данилина Н.И., Дубровская Н.С., Кваша О.П., Смирнов Г.Л., Феклисов Г.И. Численные методы. М. Высшая школа. 1976 г. 368. С.
2. Демидович Б.П., Марон И.А., Шувалова Э.З. Численные методы анализа. Приближение функций, дифференциальные и интегральные уравнения. М.: Физматгиз. 1963. 400 с.
3. Калиткин Н.Н. Численные методы. М.: Наука. 1978. 512 с.
4. Пасконов В. М., Полежаев В. И., Чудов Л. А. Численное моделирование процессов тепло- и массообмена – М. : Наука, 1984. 288 с.
5. Патанкар С. Численные методы решения задач теплообмена и динамики жидкости. – М. : Энергоатомиздат, 1984. 152 с.
6. Андерсон Д., Таннехилл Дж., Плетчер Р. Вычислительная гидромеханика и теплообмен.– М. : "Мир", 1990. Т.2. 392 с.

### **Допоміжна**

1. Крайнов А.Ю., Рыжих Ю.Н., Тимохин А.М. Численные методы в задачах теплопереноса. Томск: Том. ун-т. 2009. 114 с.
2. Бахвалов Н.С. Численные методы (анализ, алгебра, обыкновенные дифференциальные уравнения) т.1. М.: «Наука», 1973. 632 с.
3. Марчук Г.И. Методы вычислительной математики– М. : Наука, 1977. 456 с.

## **Навчальний контент**

### **5. Методика опанування навчальної дисципліни (освітнього компонента)**

<b>№ з/п</b>	<b>Назва теми лекції та перелік основних питань (перелік дидактичних засобів, завдання на СРА з посиланням на літературу)</b>
--------------	---

1	<p><b><i>Вступ. Особливості чисельного дослідження процесів теплоперенесення і динаміки рідини в теплоенергетичному обладнанні.</i></b>  <i>Основні поняття методів чисельного аналізу. Загальні характеристики чисельних методів.</i></p> <p>Література</p> <p>1. Патанкар С. Численные методы решения задач теплообмена и динамики жидкости. – М. : Энергоатомиздат, 1984. с. 8-12.</p> <p>ЗАВДАННЯ НА СРА</p> <p>Теоретичні та експериментальні методи досліджень процесів теплообміну. Переваги та недоліки методів чисельного аналізу</p>
2	<p><b><i>Чисельні методи розв'язання нелінійних та трансцендентних рівнянь</i></b>  <i>Означення наближеного розв'язання нелінійного або трансцендентного рівняння. Метод дотичних та метод хорд.</i></p> <p>Література</p> <p>1. Данилина Н.И., Дубровская Н.С., Кваша О.П., Смирнов Г.Л., Феклисов Г.И. Численные методы. М. Высшая школа. 1976 г., стор. 123-135.</p> <p>2. Калиткин Н.Н. Численные методы. М.: Наука. 1978., с. 143-146.</p> <p>ЗАВДАННЯ НА СРА</p> <p>Оцінка точності наближеного чисельного розв'язання нелінійного або трансцендентного рівняння.</p>
3	<p><b><i>Чисельне розв'язання систем лінійних алгебраїчних рівнянь</i></b>  <i>Аналіз матриці коефіцієнтів системи лінійних алгебраїчних рівнянь. Метод простої ітерації для розв'язання систем лінійних алгебраїчних рівнянь. Метод Зейделя.</i></p> <p>Література</p> <p>1.Бахвалов Н.С. Численные методы (анализ, алгебра, обыкновенные дифференциальные уравнения) т.1. М.: «Наука», 1973., с. 335-369</p> <p>ЗАВДАННЯ НА СРА</p> <p>Умови збіжності методів простої ітерації та методу Зейделя. Оцінка точності розв'язання системи лінійних алгебраїчних рівнянь.</p>
4	<p><b><i>Чисельне розв'язання звичайних диференціальних рівнянь першого порядку.</i></b>  <i>Метод скінчених різниць для наближеного визначення похідної. Означення розв'язання диференціальних рівнянь. Метод Ейлера та метод Рунге-Кутта для чисельного розв'язання звичайних диференціальних рівнянь. Оцінка точності розв'язання диференціальних рівнянь першого порядку методами Ейлера та Рунге-Кутта.</i></p> <p>Література</p> <p>1. Демидович Б.П., Марон И.А., Шувалова Э.З. Численные методы анализа. Приближение функций, дифференциальные и интегральные уравнения. М.: Физматгиз. 1963., с. 146-167].</p> <p>2. Калиткин Н.Н. Численные методы. М.: Наука. 1978. с. 246-249.</p> <p>ЗАВДАННЯ НА СРА.</p> <p>Явні та неявні схеми для чисельного розв'язання звичайних диференціальних рівнянь</p>
5	<p><b><i>Чисельне розв'язання систем звичайних диференціальних рівнянь першого порядку та рівнянь вищого порядку.</i></b></p>

	<p><i>Застосування методів Ейлера та Рунге-Кутта для розв'язання систем диференціальних рівнянь першого порядку. Зведення диференціальних рівнянь вищого порядку до системи рівнянь першого порядку. Задачі Коші та крайові задачі.</i></p> <p><b>Література</b></p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. Калиткин Н.Н. Численные методы. М.: Наука. 1978. с. 146-249, 281]</li> <li>2. Бахвалов Н.С. Численные методы (анализ, алгебра, обыкновенные дифференциальные уравнения) т.1. М.: «Наука», 1973. с. 450-459, 548-557.</li> </ol> <p><b>ЗАВДАННЯ НА СРА.</b></p> <p>Метод стрільби для розв'язання крайової задачі методом Рунге-Кутта. Застосування методу стрільби для розв'язання рівняння Блазіуса.</p>
6	<p><b>Метод сіток для розв'язання диференціального рівняння теплопровідності.</b></p> <p><i>Сіткова модель розрахункової області. Скінчено-різницева апроксимація частинних похідних за часом та за координатами. Похибки апроксимації. Збіжність і стійкість різницевих схем. Скінчено-різницева форма нестационарного рівняння теплопровідності. Явна та неявна схеми апроксимації похідних за координатами. Апроксимація граничних умов.</i></p> <p><b>Література</b></p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. Данилина Н.И., Дубровская Н.С., Кваша О.П., Смирнов Г.Л., Феклисов Г.И. Численные методы. М. Высшая школа. 1976 г. с. 341-348</li> <li>2. Калиткин Н.Н. Численные методы. М.: Наука. 1978. стр. 299-333</li> <li>3. Пасконов В. М., Полежаев В. И., Чудов Л. А. Численное моделирование процессов тепло- и массообмена – М. : Наука, 1984. с. 30-48, 85-89</li> <li>4. Патанкар С. Численные методы решения задач теплообмена и динамики жидкости. – М. : Энергоатомиздат, 1984. с. 47-51</li> <li>5. Крайнов А.Ю., Рьжих Ю.Н., Тимохин А.М. Численные методы в задачах теплопереноса. Томск: Том. ун-т. 2009. с. 60-92</li> </ol> <p><b>ЗАВДАННЯ НА СРА</b></p> <p>Схема Кранка-Нікольсона. Розв'язання різницевого рівняння, складеного за явною часовою схемою. Умови стійкості явної різницевої схеми.</p>
7	<p><b>Методи розв'язання скінчено-різницевого рівняння теплопровідності, що складене за неявною схемою</b></p> <p><i>Метод прогонки для розв'язання системи алгебраїчних рівнянь з тридіагональною матрицею. Чисельне розв'язання одновимірного рівняння теплопровідності методом прогонки.</i></p> <p><b>Література</b></p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. Демидович Б.П., Марон И.А., Шувалова Э.З. Численные методы анализа. Приближение функций, дифференциальные и интегральные уравнения. М.: Физматгиз. 1963. с. 244-245, 314-319.</li> <li>2. Калиткин Н.Н. Численные методы. М.: Наука. 1978. с. 132-135, 368-399.</li> <li>3. Пасконов В. М. , Полежаев В. И., Чудов Л. А. Численное моделирование процессов тепло- и массообмена – М. : Наука, 1984. с. 85-89.</li> <li>4. Патанкар С. Численные методы решения задач теплообмена и динамики жидкости. – М. : Энергоатомиздат, 1984. с. 46-47, 56-57.</li> </ol> <p><b>ЗАВДАННЯ НА СРА</b></p> <p>Метод змінних напрямків для скінчено-різницевого розв'язання двовимірного рівняння теплопровідності.</p>

8	<p><b>Скінчено-різницева апроксимація рівняння збереження енергії для потоку рідкого середовища</b>  <i>Апроксимація перших похідних від температури по координатах. Схема апроксимації «проти потоку». Апроксимація других похідних від температури по координатах. Порядок точності апроксимації.</i></p> <p>Література</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. Пасконов В. М., Полежаев В. И., Чудов Л. А. Численное моделирование процессов тепло- и массообмена – М.: Наука, 1984. с. 85-89</li> <li>2. Патанкар С. Численные методы решения задач теплообмена и динамики жидкости. – М.: Энергоатомиздат, 1984. с. 67-93</li> </ol> <p>ЗАВДАННЯ НА СРА</p> <p>Методи розв'язання системи скінчено-різницевих рівнянь збереження енергії для випадків двовимірної та тривимірної течії.</p>
9	<p><b>Чисельне розв'язання системи рівнянь динаміки в'язкої рідини у змінних «функція току - вихор».</b>  <i>Складання системи рівнянь динаміки в'язкої рідини у змінних «функція току - вихор». Скінчено-різницева апроксимація рівняння переносу вихру та диференціального рівняння для функції току. Метод розв'язання системи різницевих рівнянь. Апроксимація граничних умов для рівняння переносу вихору на твердій поверхні. Метод розв'язання системи різницевих рівнянь</i></p> <p>Література</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. Пасконов В. М., Полежаев В. И., Чудов Л. А. Численное моделирование процессов тепло- и массообмена – М.: Наука, 1984. с. 181-194</li> <li>2. Андерсон Д., Таннехилл Дж., Плетчер Р. Вычислительная гидромеханика и теплообмен. – М.: "Мир", 1990. Т.2. с. 612-620</li> </ol> <p>ЗАВДАННЯ НА СРА</p> <p>Апроксимація граничних умов для рівняння переносу вихору на твердій поверхні.</p>
10	<p><b>Чисельне розв'язання системи рівнянь динаміки в'язкої рідини у змінних «складові швидкості - тиск».</b>  <i>Скінчено-різницева апроксимація рівняння нерозривності та рівнянь переносу імпульсу. Рознесена різницева сітка. Порядок застосування алгоритмів SIMPLE та SIMPLER</i></p> <p>Література</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. Патанкар С. Численные методы решения задач теплообмена и динамики жидкости. – М.: Энергоатомиздат, 1984. с. 93-112</li> <li>2. Андерсон Д., Таннехилл Дж., Плетчер Р. Вычислительная гидромеханика и теплообмен. – М.: "Мир", 1990. Т.2. с. 620-628</li> </ol> <p>ЗАВДАННЯ НА СРА</p> <p>Апроксимація перших похідних в рівняннях перенесення імпульсу за схемою "проти потоку". Визначення порядку точності апроксимації.</p>
11	<p><b>Чисельні методи інтерполяції та апроксимації функцій.</b>  <i>Метод найменших квадратів для апроксимації функціональних залежностей у вигляді поліномів. Інтерполяція функцій за допомогою кубічного сплайну.</i></p> <p>Література</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. Данилина Н.И., Дубровская Н.С., Кваша О.П., Смирнов Г.Л., Феклисов Г.И. Численные методы. М. Высшая школа. 1976 г., с. 244-257</li> <li>2. Демидович Б.П., Марон И.А., Шувалова Э.З. Численные методы анализа. Приближение функций, дифференциальные и интегральные уравнения. М.: Физматгиз. 1963. с. 18-21, 96-102</li> </ol>

	3. Калиткин Н.Н. Численные методы. М.: Наука. 1978. с.44-46, 59-62 ЗАВДАННЯ НА СРА Інтерполяція функцій за допомогою кубічного сплайну.
	<b>Заключення</b>

### Назва теми практичних занять

1	Чисельні методи математичного аналізу
2	Методи чисельного розв'язання рівняння теплопровідності
3	Чисельне розв'язання задач гідродинаміки і конвекційного теплообміну

### 6. Самостійна робота аспіранта

Завданням самостійної роботи аспірантів є навчити аспірантів самостійно працювати з літературою, творчо сприймати навчальний матеріал і осмислювати його.

На самостійну роботу відводяться наступні види завдань:

- обробка і осмислення інформації, отриманої безпосередньо на заняттях;
- робота з відповідними підручниками та особистим конспектом лекцій;
- підготовка до складання екзамену.

### Політика та контроль

#### 7. Політика навчальної дисципліни (освітнього компонента)

Система вимог, які викладач ставить перед аспірантом:

- відвідування лекцій та семінарських занять
- активність на семінарських та лекційних заняттях, регулярна самостійна робота
- дотримання стандартів академічної доброчесності.
- Відвідування лекцій та семінарських занять, а також відсутність на них, не оцінюється. Однак, аспірантам рекомендується відвідувати усі види занять (як лекцій, так і семінаріє);
- Moodle та інші інтернет ресурси, що надає викладач тощо).

#### 8. Види контролю та рейтингова система оцінювання результатів навчання (PCO)

Вказуються всі види контролю та бали за кожен елемент контролю, наприклад:

Поточний контроль: експрес-опитування, опитування за темою заняття

Семестровий контроль: залік

Умови допуску до семестрового контролю: мінімально позитивна оцінка за індивідуальне завдання семестровий рейтинг більше 30 балів.

Поточний контроль: опитування за темою лекції. Максимальна кількість балів – 20.

Контроль на семінарських заняттях.

Максимальна кількість балів – 40.

Семестровий контроль.:

Залік – 40 балів.

Умови допуску до заліку - більше 30 балів.

Таблиця відповідності рейтингових балів оцінкам за університетською шкалою:

Таблиця відповідності рейтингових балів оцінкам за університетською шкалою:

Кількість балів	Оцінка
100-95	Відмінно
94-85	Дуже добре
84-75	Добре
74-65	Задовільно
64-60	Достатньо
Менше 60	Незадовільно

Не виконані умови допуску

Не допущено

**9. Додаткова інформація з дисципліни (освітнього компонента)**

- *перелік питань, які виносяться на семестровий контроль (наприклад, як додаток до силабусу);*
- *можливість зарахування сертифікатів проходження дистанційних чи онлайн курсів за відповідною тематикою;*
- *інша інформація для аспірантів щодо особливостей опанування навчальної дисципліни.*

**Робочу програму навчальної дисципліни (силабус):**

**Складено**

**доктор технічних наук, ст. наук. співр**



**Б.В. Давиденко**

**Ухвалено** Вченою радою ІТТФ НАН України \_\_\_\_\_ (протокол № 10 від 07.07.2022)