**XII Міжнародна онлайн конференція**
«Проблеми теплофізики та теплоенергетики»

# «СТАТИСТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ КУМУЛЯНТНОЙ МЕТРИКИ ДЛЯ СИММЕТРИЧНЫХ ЗАКОНОВ РАСПРЕДЕЛЕНИЙ»

**Полобюк Татьяна Анатольевна**

н.с. отдела мониторинга и оптимизации теплофизических процессов,
ИТТФ НАН Украины, Киев

**Киев-2021**
(26-27 жовтня)

# ШУМОВАЯ ДИАГНОСТИКА

## ТЕХНИЧЕСКОЕ ДИАГНОСТИРОВАНИЕ

| Объект исследования | Характеристика объекта | Различение технических состояний | Диагностический параметр |
|---|---|---|---|
| Шумовой сигнал $\xi(t)$ | Состояния объекта $S=(S_0,S_1,\dots,S_m)$ | $d=d[S_1,S_2]=d[\xi_1,\xi_2]$ | $\Theta=(\theta_1,\dots,\theta_m)$ |

**ЦЕЛЬ**: по вероятностным характеристикам процесса $\xi(t)$ определение техническое состояния объекта $S_k$.

## ВЕРОЯТНОСТНЫЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ СТАЦИОНАРНОГО СЛУЧАЙНОГО ПРОЦЕССА $\xi(t)$

| | | | |
|---|---|---|---|
| $g(u)=\sum_{k=1}^{s}\frac{\kappa_k}{k!}(iu)^k$ | $\kappa_s=\left.\frac{d^s\ln f(u)}{i^s du^s}\right\vert_{u=0}$, $s=1,2,\dots$ | $\tilde{g}(u)=\sum_{k=2}^{s}\frac{\gamma_k}{k!}(iu)^k$ | $\gamma_s=\frac{\kappa_s}{\kappa_2^{s/2}}$ |
| $\xi(t)\Rightarrow p(x)\Leftrightarrow f(u)\Leftrightarrow g(u)\Rightarrow\gamma=(\gamma_3,\gamma_4,\dots,\gamma_n)$ | | | |

# КУМУЛЯНТНЫЙ МЕТОД ШУМОВОЙ ДИАГНОСТИКИ

| Объект исследования | Информативный параметр | Различение технических состояний |
|---|---|---|
| Состояние объекта $S_k$ — шумовой сигнал $\xi_k(t)$ | $\gamma_k = (\gamma_{3,k}, \gamma_{4,k}, \ldots, \gamma_{n,k})$ | $d_k = \rho(\gamma, \gamma_k) = \sum_{s=3}^{n} \lvert \gamma_s - \gamma_{s,k} \rvert = 0$ |

| Модель измерений | Задача исследования |
|---|---|
| Точечная оценка $\hat{\Theta} = \theta(\xi_1, \ldots, \xi_N)$: $\hat{\gamma} = (\hat{\gamma}_3, \hat{\gamma}_4, \ldots, \hat{\gamma}_n)$ | $\hat{d}_k = \rho(\hat{\gamma}, \gamma) = \sum_{s=3}^{n} \lvert \hat{\gamma}_s - \gamma_{s,k} \rvert$; $\hat{d}_k = \hat{d}$ |

**ЗАДАЧА. Найти характеристики оценки кумулянтной метрики, что позволит установить ее границы для конкретного закона распределения.**

Для этого следует получить:

- числовые характеристики метрики $\hat{d}$ и ее коэффициентов: математическое ожидание, дисперсию;
- оценку закона распределения метрики $\hat{d}$;
- зависимость между слагаемыми суммы метрики $\hat{d}$, например, попарно между $\hat{\gamma}_3$ и $\hat{\gamma}_4$.

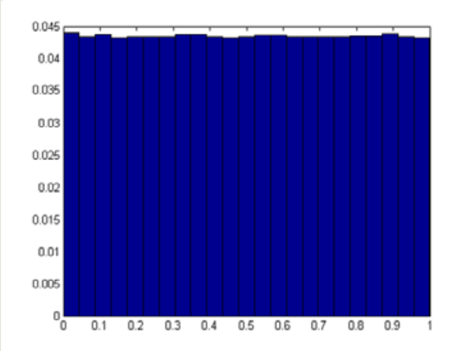
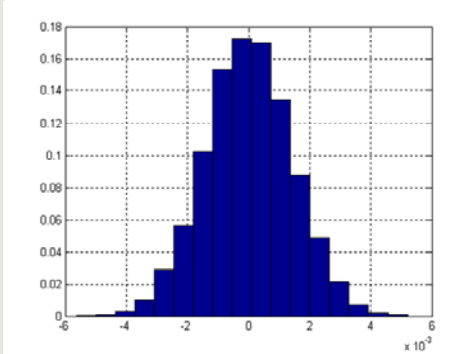
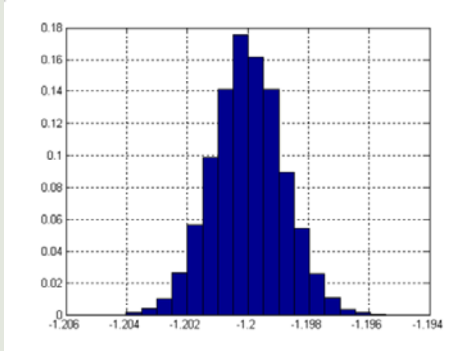
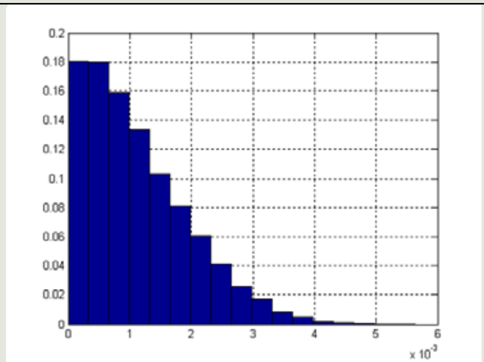
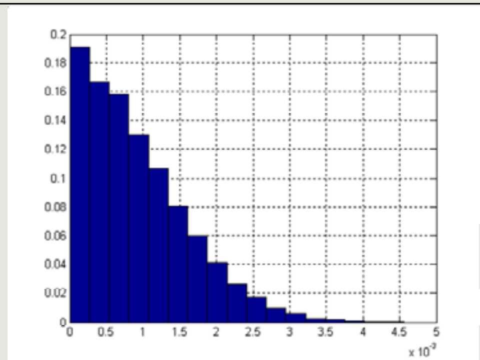
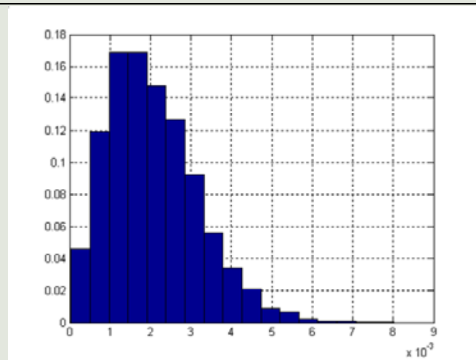
**ИСХОДНЫЕ ДАННЫЕ:** Моделировалось $L = 10^{-4}$ выборок случайных величин $\xi_1, \ldots, \xi_N$, каждая из которых объема $N$ с законом распределения:

- равномерным на интервале $[0,1]$; $\gamma_3 = 0$, $\gamma_4 = -1{,}2$;
- гауссовским (стандартизированным); $\gamma_3 = 0$, $\gamma_4 = 0$.

# РАВНОМЕРНЫЙ ЗАКОН РАСПРЕДЕЛЕНИЯ РЕЗУЛЬТАТОВ ИЗМЕРЕНИЙ



### 1. Гистограммы статистических оценок

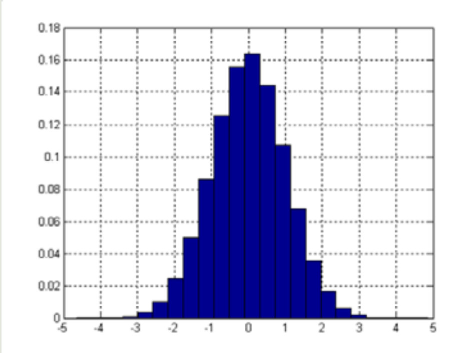
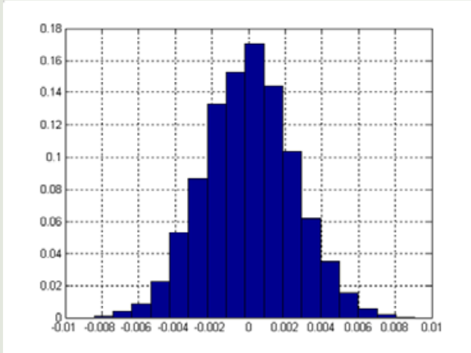
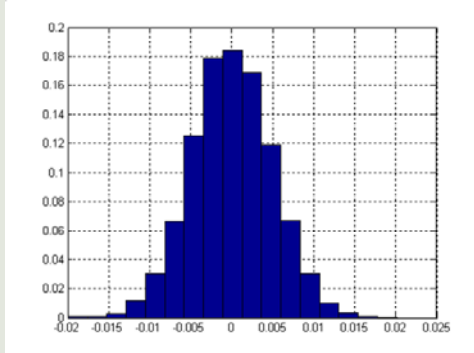
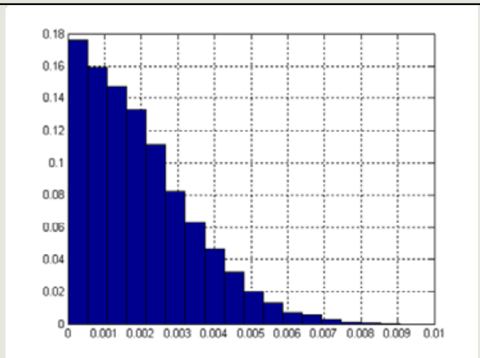
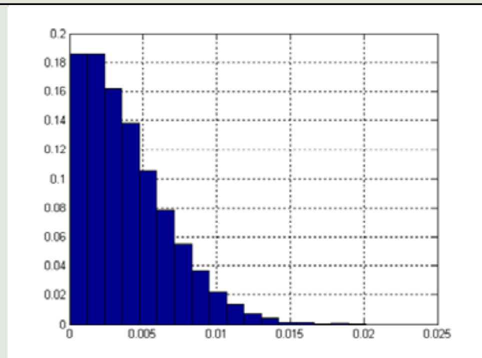
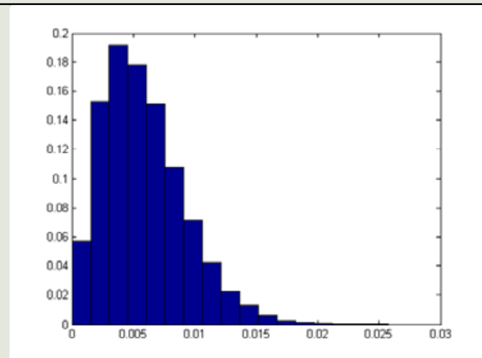
| $\xi_1,\ldots,\xi_N : \boldsymbol{R}$ | $\hat{\gamma}_3$ | $\hat{\gamma}_4$ |
|---|---|---|
|  |  |  |
| $\lvert\hat{\gamma}_3\rvert$ | $\overset{\circ}{\lvert\hat{\gamma}_4\rvert}$ | $\hat{d}_{3,4}$ |
|  |  |  |

### 2. Статистические характеристики метрики $\hat{d}\left[\hat{\gamma}_3,\hat{\gamma}_4\right]=\hat{d}_{3,4}$:

| $\hat{\kappa}_1\left\{\hat{d}_{3,4}\right\}$ | $\hat{\sigma}\left\{\hat{d}_{3,4}\right\}$ | $\hat{\gamma}_3\left\{\hat{d}_{3,4}\right\}$ | $\hat{\gamma}_4\left\{\hat{d}_{3,4}\right\}$ | $\hat{\gamma}_5\left\{\hat{d}_{3,4}\right\}$ | $\hat{\gamma}_6\left\{\hat{d}_{3,4}\right\}$ | $\hat{r}_{34}\left\{\lvert\hat{\gamma}_3\rvert,\lvert\hat{\gamma}_4\rvert\right\}=0,0004$ |
|---|---|---|---|---|---|---|
| **0,0020587** | **0,0011083** | **0,75829** | **0,6323** | **0,6073** | **0,70611** | |

# НОРМАЛЬНЫЙ ЗАКОН РАСПРЕДЕЛЕНИЯ РЕЗУЛЬТАТОВ ИЗМЕРЕНИЙ

**1. Гистограммы статистических оценок**

| $\xi_1,\ldots,\xi_N : N$ | $\hat{\gamma}_3$ | $\hat{\gamma}_4$ |
|---|---|---|
|  |  |  |
| $\lvert\hat{\gamma}_3\rvert$ | $\lvert\overset{o}{\hat{\gamma}}_4\rvert$ | $\hat{d}_{3,4}$ |
|  |  |  |

**2. Статистические характеристики метрики $\hat{d}\left[\hat{\gamma}_3,\hat{\gamma}_4\right]=\hat{d}_{3,4}$:**

| $\hat{\kappa}_1\left\{\hat{d}_{3,4}\right\}$ | $\hat{\sigma}\left\{\hat{d}_{3,4}\right\}$ | $\hat{\gamma}_3\left\{\hat{d}_{3,4}\right\}$ | $\hat{\gamma}_4\left\{\hat{d}_{3,4}\right\}$ | $\hat{\gamma}_5\left\{\hat{d}_{3,4}\right\}$ | $\hat{\gamma}_6\left\{\hat{d}_{3,4}\right\}$ | $\hat{r}_{34}\left\{\lvert\hat{\gamma}_3\rvert,\lvert\hat{\gamma}_4\rvert\right\}=-0,0013$ |
|---|---|---|---|---|---|---|
| **0,00586** | **0,003295** | **0,86023** | **0,90673** | **1,2382** | **2,5459** | |

# ВЫВОДЫ

1. **Равномерный закон распределения.** Полученные оценки метрики $\hat{d}_{3,4}$ приближенно совпадают с числовыми характеристики метрики $\tilde{d}_{3,4}$ рассчитанными теоретически:

$$\hat{\kappa}_1\left\{\hat{d}_{3,4}\right\} = 0,0020587; \qquad \hat{\kappa}_2\left\{\hat{d}_{3,4}\right\} = 1,23\cdot 10^{-6};$$

$$\mathbf{M}\left\{\tilde{d}_{3,4}\right\} = 0,0020619; \qquad \mathbf{D}\left\{\tilde{d}_{3,4}\right\} = 0,0000012 .$$

**2. Гауссовский закон распределения.** Полученные оценки метрики $\hat{d}_{3,4}$ приближенно совпадают с числовыми характеристики метрики $\tilde{d}_{3,4}$ рассчитанными теоретически:

$$\hat{\kappa}_1\left\{\hat{d}_{3,4}\right\} = 0,00586; \qquad \hat{\kappa}_2\left\{\hat{d}_{3,4}\right\} = 1,0859\cdot 10^{-5};$$

$$\mathbf{M}\left\{\tilde{d}_{3,4}\right\} = 0,00586 ; \qquad \mathbf{D}\left\{\tilde{d}_{3,4}\right\} = 0,0000109 .$$

**3. По оценкам закона распределения и числовым характеристикам метрики абсолютных значений оценок коэффициентов асимметрии и эксцесса выборки равномерных случайных величин можно заключить, что закон распределения метрики не гауссовский, а сами коэффициенты считать некоррелированными.**

**Увеличение числа слагаемых в выражении кумулянтной метрики увеличивает чувствительность кумулянтного метода диагностирования.**

**Благодарю за внимание !**